ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN THỊ THẢO LY

TÍNH TAUT CỦA MIỀN HARTOGS

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên – 2016

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN THỊ THẢO LY

TÍNH TAUT CỦA MIỀN HARTOGS

Chuyên ngành: GIẢI TÍCH
Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
TS. TRẦN HUỆ MINH

Thái Nguyên – 2016

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng luận văn mà tôi trình bày ngay sau đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi với sự hướng dẫn chu đáo và tận tình của TS. Trần Huệ Minh.

Tôi không sao chép từ bất kỳ một công trình nào khác. Tôi kế thừa và phát huy các thành quả khoa học của các nhà khoa học với sự biết ơn chân thành.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Người viết luận văn

Nguyễn Thị Thảo Ly

Lời cảm ơn

Luận văn được hoàn thành dưới sự hướng dẫn tận tình và chu đáo của TS. Trần Huệ Minh, em xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới cô, người đã dành nhiều thời gian, công sức giúp đỡ em hoàn thành luận văn này.

Em cũng xin bày tỏ lời cảm ơn chân thành tới các thầy cô giáo bộ môn của trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên, Viện Toán học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội đã tận tình giảng dạy, khích lệ và tạo mọi điều kiện thuận lợi trong quá trình học tập của em. Em cũng xin bày tỏ lòng biết ơn tới thầy giáo chủ nhiệm lớp Toán cao học K22, thầy Trần Nguyên An, người đã tạo mọi điều kiện giúp đỡ chúng em trong quá trình học tập.

Em xin cảm ơn Ban lãnh đạo Khoa Sau đại học, Ban chủ nhiệm khoa Toán, Phòng Đào tạo Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên đã tạo mọi điều kiện thuận lợi, giúp đỡ em trong suốt thời gian em học tập.

Cuối cùng, em xin cảm ơn các bạn, các anh chị học viên học cùng lớp cao học Toán K22 đã luôn giúp đỡ em trong quá trình học tập, cảm ơn người thân và gia đình đã luôn luôn động viên và ủng hộ em về mọi mặt để em có thể hoàn thành tốt luận văn cũng như khóa học của mình.

Em xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Người viết luận văn

Nguyễn Thị Thảo Ly

Mục lục

Danh mục kí hiệu

$\mathbb{B}_1(\lambda_0, \gamma_0) := \mathbb{B}_{|\cdot|}(\lambda_0, \gamma_0), \lambda_0 \in \mathbb{C}, \gamma_0 > 0;$

$\mathbb{B}_n(z, R) := \mathbb{B}_{\|\cdot\|}(z, R), R \in \mathbb{C}^n, R > 0;$

$| \cdot | \equiv \| \cdot \|_{\mathbb{C}}$: chuẩn Euclid trong $\mathbb{C}$;

$\| \cdot \| \equiv \| \cdot \|_{\mathbb{C}}^n$: chuẩn Euclid trong $\mathbb{C}^n$;

$L \Subset G : L$ là compact tương đối trong G;

∂G: Biên của G;

$E := \mathbb{B}_1(0, 1)$: đĩa đơn vị trong mặt phẳng phức;

TX: không gian tiếp xúc Zariski của X;

$\mathcal{O}(G_1, G_2)$: tập hợp các ánh xạ chỉnh hình từ G_1 vào G_2;

$\mathcal{O}(G) := \mathcal{O}(G, \mathbb{C})$;

$C^{\uparrow}(G)$: tập hợp tất cả các hàm nửa liên tục trên $f : G \to [-\infty, +\infty)$;

$C(G) := C(G, \mathbb{C})$;

SH(B): tập hợp tất cả các hàm điều hòa dưới trên B;

PSH(G): tập hợp tất cả các hàm đa điều hòa dưới trên G;

$\underline{d} := (d_G)_{G \in \mathcal{G}}$;

k_G: giả khoảng cách Kobayashi trên G.

Mở đầu

Bài toán quan trọng đầu tiên của giải tích phức hyperbolic là chỉ ra lớp các không gian phức hyperbolic. Trong những năm gần đây, việc nghiên cứu tính hyperbolic của những lớp không gian phức cụ thể cũng như tìm hiểu những lớp không gian phức hyperbolic ở dạng tường minh đã thu hút được sự quan tâm của nhiều nhà toán học. Miền Hartogs thuộc vào một trong số những lớp không gian phức như vậy.

Như chúng ta đã biết, mỗi không gian phức taut là hyperbolic do đó ta có thể chứng tỏ tính hyperbolic của một không gian phức bằng cách chứng tỏ tính taut của nó. Luận văn "Tính taut của miền Hartogs" nhằm tìm hiểu và nghiên cứu tính taut của miền Hartogs $\Omega_\varphi(X)$ thông qua tính taut của X; sử dụng tiêu chuẩn của Royden cho các miền taut để nghiên cứu tính taut của miền Hartogs $\Omega = \Omega_{u,h}(G)$ trên một miền $G \subset \mathbb{C}^n$ với thớ cân bằng m chiều, đồng thời chỉ ra điều kiện cần cho một miền Hartogs - Laurent $\Sigma = \Sigma_{u,v}(G)$ trên một miền $G \subset \mathbb{C}^n$ là taut.

Luận văn gồm 42 trang, trong đó có phần mở đầu, nội dung hai chương, phần kết luận và danh mục các tài liệu tham khảo.

Chương 1. Trình bày tổng quan và hệ thống lại các khái niệm, các tính chất cần thiết cho chương sau.

Chương 2. Trình bày tiêu chuẩn Royden cho tính taut của các miền trong $\mathbb{C}^n$, nghiên cứu tính taut của miền Hartogs $\Omega_\varphi(X)$ và chỉ ra đặc trưng đầy đủ cho tính taut của lớp các miền Hartogs với thớ cân bằng m chiều $\Omega_{u,h}(G)$ đồng thời nghiên cứu tính taut của miền Hartogs - Laurent $\Sigma_{u,v}(G)$.

Cuối cùng là phần kết luận trình bày tóm tắt các kết quả được nghiên cứu trong luận văn và danh mục tài liệu tham khảo.

Bản luận văn chắc chắn không tránh khỏi những khiếm khuyết, vì vậy em rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của các thầy cô giáo và các bạn học viên để luận văn này thêm hoàn thiện hơn.

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

Trong chương 1 ta kí hiệu E là đĩa đơn vị trong mặt phẳng phức, $\mathcal{O}(G_1, G_2)$ là tập các ánh xạ chỉnh hình từ G_1 vào G_2 với tôpô compact mở, $\mathcal{O}(G) = \mathcal{O}(G, \mathbb{C})$.

1.1 Các hàm bất biến

Định nghĩa 1.1.1. Cho $\mathcal{G}$ là tập các miền trong $\mathbb{C}^n$, ρ là khoảng cách Poincare trên đĩa đơn vị E, tức là

$$\rho(\lambda, \zeta) = tanh^{-1}(\frac{|1-\zeta|}{|1-\bar{\lambda}\zeta|}),\ \lambda, \zeta \in E.$$

Một họ $\underline{d} := (d_G)_{G\in\mathcal{G}}$ các hàm $d_G : G \times G \to \mathbb{R}_{\geqslant 0}$ được gọi là co rút chỉnh hình nếu

i) $\underline{d}$ là chuẩn tắc, tức là $d_E = \rho$.

ii) $\underline{d}$ thoả mãn tính chất giảm, tức là $G, D \in \mathcal{G}$ ta có

$$d_D(f(z), f(\omega)) \leqslant d_G(z, \omega),\ f \in \mathcal{O}(G, D), z, \omega \in G.$$

Chú ý 1.1.2. - Điều kiện ii) suy ra được họ $\underline{d}$ là bất biến đối với các ánh xạ